

УТВЕРЖДАЮ

Начальник главного управления  
по образованию  
Могилевского облисполкома

А.Б.Заблоцкий  
« 23 » ноября 2021 г.

## ЗАДАНИЯ

для проведения второго этапа республиканской олимпиады  
по учебному предмету «Физика»

Дата проведения: 20 ноября 2021 г.

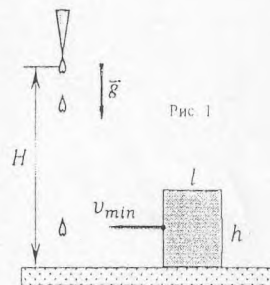
Время выполнения заданий: 10.00 – 15.00.

### IX класс

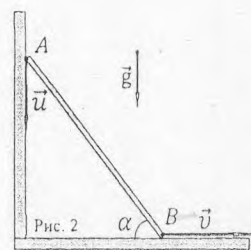
**Справочные данные:** ускорение свободного падения  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ , плотности: воды –  $\rho_v = 1,00 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , льда –  $\rho_l = 917 \text{ кг/м}^3$ , стали –  $\rho_c = 7,80 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , удельная теплоёмкость стали  $c_c = 460 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda = 0,334 \text{ МДж/кг}$ , объём шара  $V = 4\pi R^3/3$ , объём цилиндра  $V = \pi R^2 h$ ,  $\pi = 3,14$ .

Разрешается пользоваться инженерным калькулятором.

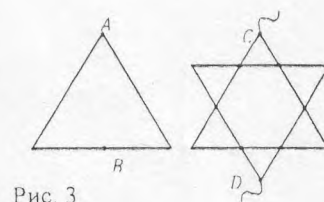
1. «Сухой брусок» При таянии сосульки (Рис. 1) небольшие капли воды падают с высоты  $H = 5,0 \text{ м}$  на горизонтальную поверхность с одинаковым временным интервалом  $\tau = 0,50 \text{ с}$ . Брусок высотой  $h = 1,8 \text{ м}$  и длиной  $l = 30 \text{ см}$  движется по горизонтальной поверхности под сосулькой с некоторой постоянной скоростью. С какой минимальной скоростью  $v_{\min}$  должен двигаться брусок, чтобы ни одна капля (в полете) не попала на его поверхность? Сопротивлением воздуха пренебречь.



2. «Жёсткое скольжение» Жёсткий стержень  $AB$  скользит вниз вдоль вертикальной стенки (Рис. 2), опираясь на неё концом  $A$ . При этом конец  $B$  стержня движется по горизонтальной поверхности вправо. В момент, когда стержень образует угол  $\alpha = 64^\circ$  с горизонтом (см. рис. 2), скорость  $\vec{v}$  конца  $B$  стержня имеет значение  $v = 15 \text{ см/с}$ . Найдите модуль скорости  $\vec{u}$  конца  $A$  стержня в этот же момент времени.

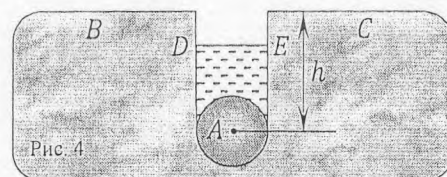


3. «Звезда Давида» Из однородной проволоки сделали два одинаковых правильных треугольника. Сопротивление каждого из треугольников между вершиной  $A$  (Рис. 3) и серединой  $B$  противоположной стороны равно  $R_{AB} = 27 \text{ Ом}$ . Вторым треугольник в «зеркально» симметричном положении (см. рис. 3) наложили на первый и точки пересечения спаяли. Каким будет сопротивление полученной фигуры  $R_{CD}$  между точками  $C$  и  $D$ ?

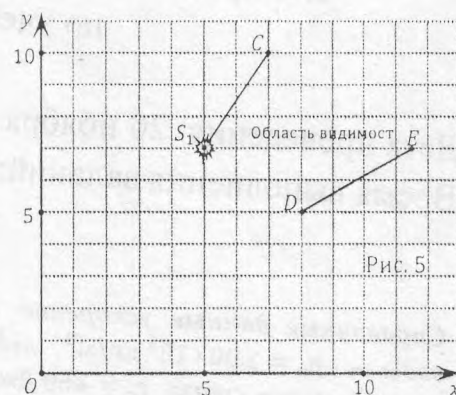


Ни пуха, ни пера!

4. «Так закалялась сталь» Стальной шарик  $A$  (Рис. 4) некоторого радиуса, нагретый до температуры  $t_1$  положили на горизонтальную поверхность  $BC$  (см. рис. 4) достаточно толстого слоя льда, находящегося при температуре плавления  $t_2 = 0,00^\circ\text{C}$ . Из-за таяния льда под горячим шариком, последний постепенно опускается в лёд на глубину  $h$  (см. Рис. 4) до тех пор, пока в системе не установится тепловое равновесие. Когда погружение шарика прекратилось, оказалось, что поверхность  $DE$  всей собранной талой воды совпадает с начальным уровнем  $BC$  льда. Принимая, что все количество теплоты  $Q$  нагретого стального шарика (потенциальной энергией пренебречь) пошло на плавление льда строго под ним, найдите начальную температуру  $t_1$  стального шарика.



5. «Область видимости» На рисунке 5 в декартовой системе координат  $xOy$  изображен точечный источник света  $S_1$  и частично линии  $S_1C$  и  $DE$  (см. рис. 5), ограничивающие область видимости изображения  $S_2$  данного источника в некотором плоском зеркале  $AB$  (на рисунке 5 не показано). Построением (с помощью карандаша, циркуля и линейки без делений) восстановите положение плоского зеркала  $AB$ , найдите координаты его концов  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ , координаты изображения  $S_2(x_3; y_3)$  источника, а также длину  $l$  зеркала. Размер стороны квадратной клеточки на рисунке  $a = 1,0$  см.



## Возможные решения задач

## 9 класс

**9-1. «Сухой брусок»** Капли могут попадать как на верхнюю грань бруска, так и на его «переднюю» (по направлению движения) боковую поверхность, поскольку относительно движущегося бруска капли летят вниз и «навстречу» ему.

Пусть в момент времени  $t = 0,0$  с первая капля оторвалась от сосульки (Рис. 1), тогда она упадет на горизонтальную поверхность в момент времени

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (1)$$

Если сразу после этого передняя грань бруска пересекает вертикаль, по которой падают капли, то брусок останется «сухим». Для того, чтобы вторая капля не попала на верхнюю грань бруска, необходимо, чтобы весь брусок проехал под сосулькой к моменту  $t_2$  появления второй капли на высоте  $h$  от горизонтальной поверхности

$$t_2 = \tau + \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} \quad (2)$$

Следовательно, имеем

$$l = v_{\min}(t_2 - t_1) = v_{\min} \left( \tau + \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} - \sqrt{\frac{2H}{g}} \right) \quad (3)$$

Окончательно

$$v_{\min} = \frac{l}{\tau + \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} - \sqrt{\frac{2H}{g}}} \quad (4)$$

Расчет по формуле (4) даёт ( $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ )

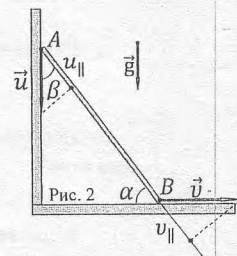
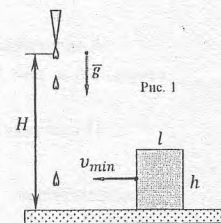
$$v_{\min} = \left( \frac{0,30}{0,50 + \sqrt{\frac{2(5,0-1,8)}{9,81}} - \sqrt{\frac{2 \cdot 5,0}{9,81}}} \right) \text{ м/с} = \{1,006466585\}^1 = 1,0 \text{ м/с} \quad (5)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия и справочные данные) окончательный ответ приводим с точностью до двух значащих цифр.

**9-2. «Жёсткое скольжение»** Поскольку стержень  $AB$  жёсткий (недеформируемый), то в процессе его произвольного движения (например, «скольжения» по поверхностям) расстояние между любыми точками стержня не может измениться.

Это означает, что проекции скоростей всех точек стержня на направление «вдоль стержня» (т.н. «параллельные» проекции) должны быть одинаковы (Рис. 2), поскольку в противном случае расстояния между точками будут изменяться. Это утверждение иногда в шуточной форме называют «законом Палочки». ☺

Следовательно, для параллельных проекций скоростей



<sup>1</sup> — здесь и далее: в фигурных скобках представлены (без размерности!) показания инженерного калькулятора (CASIO fx-991EX (CLASSWIZ)) при правильном расчёте



Второй (районный) этап Республиканской олимпиады школьников по физике (2021 г.)  
точек  $A$  и  $B$  стержня справедливо равенство

$$v_{||} = u_{||}. \quad (1)$$

Мысленно «продолжая» стержень (см. рис. 2), найдём параллельную проекцию  $v_{||}$  скорости точки  $B$  «на стержень»

$$v_{||} = v \cos \alpha. \quad (2)$$

Аналогичным образом вычислим параллельную проекцию скорости  $\vec{u}$  конца  $A$  стержня (см. рис. 2)

$$u_{||} = u \cos \beta. \quad (3)$$

Поскольку (см. рис. 2) треугольник прямоугольный, то

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha, \quad (4)$$

и, следовательно, формула (3) примет вид

$$u_{||} = u \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = u \sin \alpha. \quad (5)$$

Подставляя (2) и (5) в (1), получаем

$$u \sin \alpha = v \cos \alpha \Rightarrow u = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} v = \frac{v}{\tan \alpha} = v \operatorname{ctg} \alpha. \quad (6)$$

Расчет по формуле (6) даёт

$$u = v \operatorname{ctg} \alpha = (15 \cdot \operatorname{ctg} 64^\circ) \frac{\text{см}}{\text{с}} = \{7,315988828\} = 7,3 \text{ см/с}. \quad (7)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до двух значащих цифр.

9-3. «Звезда Давида» Пусть сопротивление стороны правильного треугольника равно  $r$ . Тогда из рисунка 3 в условии следует, что сопротивление между точками  $A$  и  $B$  равно

$$R_{AB} = \frac{r+r/2}{2} = \frac{3}{4} r. \quad (1)$$

Из (1) находим сопротивление одной стороны треугольника

$$r = \frac{4}{3} R_{AB}. \quad (2)$$

После наложения второго треугольника часть резисторов, соединяющих точки равных потенциалов, можно убрать (Рис. 3), т.к. ток по ним не идёт, и они не влияют на сопротивление цепи. При этом схема примет вид, приведенный на рисунке 3.

В силу симметрии цепи точки спайки ( $E, G$ ) делят сторону  $CH$  (см. рис. 3) треугольника на три равные части. Следовательно, сопротивление каждой из маленьких сторон после спайки равно

$$R_{CE} = R_{EF} = R_{FG} = R_{CH} = \frac{r}{3}. \quad (3)$$

Вследствие этого можем записать

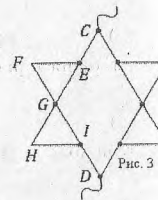
$$R_{CGD} = \frac{r}{3} + \frac{\frac{2r}{3} \cdot \frac{r}{3}}{\frac{2r}{3} + \frac{r}{3}} + \frac{\frac{2r}{3} \cdot \frac{r}{3}}{\frac{2r}{3} + \frac{r}{3}} + \frac{r}{3} = \frac{10}{9} r. \quad (4)$$

Поскольку две таких цепочки соединены параллельно, то искомое сопротивление цепи равно

$$R_{CD} = \frac{R_{CGD}}{2} = \frac{5}{9} r = \frac{20}{27} R_{AB} = 20 \text{ Ом}. \quad (5)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до двух значащих цифр.

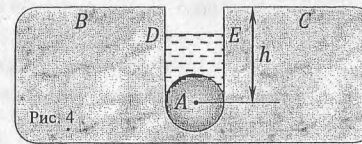
9-4. «Так закалялась сталь ...» Описанная в условии задачи ситуация возможна, поскольку плотность воды  $\rho_v$  больше плотности льда  $\rho_l$  (лёд плавает в воде).



Второй (районный) этап Республиканской олимпиады школьников по физике (2021 г.)

Следовательно, при одинаковой массе вода занимает меньший объём по сравнению со льдом.

Пусть после установления теплового равновесия в данной термодинамической системе центр остывшего стального шарика оказался на глубине  $h$  (Рис. 4).



Из рисунка 4 следует, что шарик расплавил объём льда, равный сумме объёмов цилиндра радиусом  $R$  и высотой  $h$  и полушара радиусом  $R$

$$V_l = \pi R^2 h + \frac{2}{3} \pi R^3. \quad (1)$$

Соответственно, масса расплавленного стальным шариком льда

$$m_l = \rho_l V_l = \rho_l (\pi R^2 h + \frac{2}{3} \pi R^3). \quad (2)$$

Поскольку при плавлении (и любом другом фазовом переходе) масса вещества не изменяется (изменяется только агрегатное состояние вещества), то масса  $m_v$  талой воды будет такая же как и масса исходного льда

$$m_v = m_l \Rightarrow \rho_v V_v = \rho_l V_l. \quad (3)$$

Согласно условию, уровень талой воды совпадает с исходным уровнем льда, следовательно (см. Рис. 4) объём талой воды равен

$$m_v = \rho_v V_v = \rho_v (\pi R^2 h - \frac{2}{3} \pi R^3). \quad (4)$$

Подставляя (2) и (4) в (3), найдём

$$\rho_v (\pi R^2 h - \frac{2}{3} \pi R^3) = \rho_l (\pi R^2 h + \frac{2}{3} \pi R^3). \quad (5)$$

Из (5) выразим глубину  $h$  погружения центра стального шарика в лёд

$$h = \frac{2R(\rho_v + \rho_l)}{3(\rho_v - \rho_l)}. \quad (6)$$

При заданных значениях плотностей воды  $\rho_v$  и льда  $\rho_l$  получаем, что лунка выходит достаточно глубокой

$$h = 15,4R. \quad (7)$$

Запишем уравнение теплового баланса для остывания стального шарика и плавления льда в системе

$$c_m m_c (t_1 - 0^\circ \text{C}) = \lambda m_l. \quad (8)$$

Подставляя (6) в (2) найдём массу расплавленного льда

$$m_l = \rho_l V_l = \rho_l \left( \pi R^2 \frac{2R(\rho_v + \rho_l)}{3(\rho_v - \rho_l)} + \frac{2}{3} \pi R^3 \right) = \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{\rho_v \rho_l}{\rho_v - \rho_l}. \quad (9)$$

Используя (9), из (8) находим искомую температуру  $t_1$  стального шарика

$$t_1 = \frac{\lambda}{c_m m_c} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{\rho_v \rho_l}{\rho_v - \rho_l} = \frac{\lambda}{c_m \rho_c} \cdot \frac{\rho_v \rho_l}{\rho_v - \rho_l}. \quad (10)$$

Расчет по формуле (10) с приведенными в условии параметрами даёт значение

$$t_1 = \left( \frac{0,334 \cdot 10^6}{460 \cdot 7,80 \cdot 10^3} \cdot \frac{1,0 \cdot 10^3 \cdot 917}{1000 - 917} \right) (^\circ \text{C}) = \{1028,454957\} = 1,03 \cdot 10^3 \text{ } ^\circ \text{C}. \quad (11)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) все окончательные ответы приводим с точностью до трёх значащих цифр.

При записи (8) мы пренебрегли потенциальной энергией  $mgh$  шарика, поскольку на таких глубинах погружения она гораздо меньше его внутренней энергии при нагреве.

Заметим, что теплопроводность льда в  $\eta = 3,83$  раза больше теплопроводности воды, что даёт определенные основания считать, что количеством теплоты, пошедшим на нагрев воды при решении можно пренебречь.

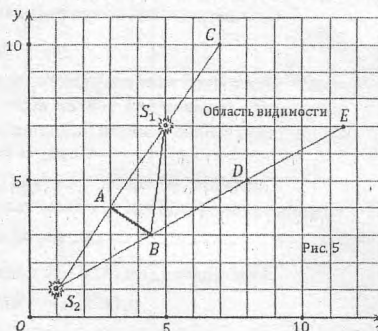
Интересно, что окончательный результат (10) не зависит от радиуса стального шарика. Это означает, что стальные шарiki различных радиусов, нагретые до одинаковой температуры, в рамках принятой модели погрузятся в лёд на одинаковую глубину.

В реальности это не совсем так (совсем не так... ☹), поскольку шарик большего радиуса погружается на большую глубину. Это и понятно, поскольку предложенная модель не учитывает ряд факторов, таких как: теплоту, идущую на нагрев и наблюдаемое испарение воды, на «боковое» плавление льда, уменьшение потенциальной энергии шарика и т.д.

Поскольку температура плавления различных марок стали лежит в диапазоне 1300–1500 °С, то нагреть стальной шарик до такой температуры в принципе удастся. Другой вопрос, можно ли при таких температурах пренебречь нагревом (и испарением) воды, а также остальными вышеперечисленными факторами...

9-5. «Область видения» Продолжим отрезки  $CS_1$  и  $ED$  (Рис. 5), ограничивающие область видимости изображения источника  $S_1$  в плоском зеркале, до пересечения в точке  $S_2(1; 1)$  (см. рис. 5).

Согласно свойствам плоского зеркала эта точка  $S_2$  и будет изображением источника  $S_1$  в плоском зеркале



$$S_2(x_3; y_3) = S_2(1; 1). \quad (1)$$

Поскольку плоское зеркало даёт симметричное (относительно его плоскости) изображение  $S_2$ , то зеркало находится на серединном перпендикуляре к отрезку  $S_1S_2$ .

Методом «засечек» с помощью циркуля и линейки восстанавливаем серединный перпендикуляр  $AB$  к отрезку  $S_1S_2$  и находим его точку пересечения с отрезком  $DS_2$ . Выделенный на рисунке 6 отрезок  $AB$  и даст положение плоского зеркала. Как следует из рисунка, источник  $S_1$  лежит на перпендикуляре к плоскому зеркалу, восстановленному к его концу  $A$ , т.к. в противном случае он находился бы левее или правее отрезка  $CA$ .

Из чертежа находим искомые координаты концов отрезка

$$A(x_1; y_1) = A(3; 4), \quad (2)$$

$$B(x_2; y_2) = B(4,5; 3). \quad (3)$$

Длину зеркала найдем, используя теорему Пифагора

$$l = \sqrt{1,5^2 + 1^2} = \sqrt{1,802775638a} = 1,8 \text{ см}. \quad (4)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) все окончательные ответы приводим с точностью до двух значащих цифр.